PROPOSITION DE SUJET DE THÈSE
ENSTA / IMSIA –*Institute of Mechanical Sciences and Industrial Applications*

Réduction de modèle pour les problèmes couplés fluide-structure

Contexte de l'étude

Les techniques de réduction de modèles sont un élément clé pour le calcul prédictif des structures non linéaires en ingénierie, car elles permettent d'avoir accès, en un temps raisonnable, à une prédiction efficace et utile pour la conception. Les méthodes directes de réduction permettent d'obtenir des modèles réduits à partir des équations du problème et de sa discrétisation en éléments finis. Elles se distinguent des méthodes fondées sur les données, qui ont besoin de simulations préalables et de données d'entrée afin d'inférer un modèle réduit. En ce sens, elles sont plus efficaces et directement implémentables sur un code de calcul. Dans ce cadre, les techniques reposant sur la méthode de paramétrisation des variétés invariantes [1], se sont révélées particulièrement efficaces, et de nombreux développements menés ces dernières années, ont pu montrer les gains substantiels que l'on peut en tirer en terme de temps de calcul [2,3]. En particulier, les applications récentes ont permis de montrer que la méthode pouvait s'appliquer à des problèmes assez divers comme les structures non linéaires géométriques en rotation [5], le couplage électrostatique dans les microstructures [6], ou encore les équations de Navier-Stokes [6,7]. Les développements actuels menés au laboratoire autour de la méthode visent donc à étendre les champs applicatifs en considérant des problèmes physiques plus divers, mais aussi en améliorant le domaine de validité de la technique en terme d'amplitudes et de convergence, ce qui passe par de nouveaux développements théoriques.

Problématique de la thèse

Ce sujet de thèse s'inscrit dans ces développements, en se focalisant sur l'application de la méthode de réduction au cas de l'interaction fluide-structure (IFS). En effet, les études précédentes ont permis d'utiliser la méthode de paramétrisation directe des variétés invariantes soit au cas des structures vibrant en grande amplitude et présentant donc une non-linéarité géométrique [2,3], soit au cas des équations de Navier-Stokes [7]. Dans ce dernier cas, la technique a été spécifiquement appliquée au cas d'un écoulement bifurquant via une bifurcation de Hopf. Par ailleurs, d'autres études se sont aussi intéressées aux systèmes mécaniques bifurquant, cas que l'on retrouve par exemple dans les problèmes avec forces suiveuses [8]. L'extension au cas d'un problème fluide-structure est donc la prochaine étape naturelle. En effet, les bifurcations de Hopf sont un cas classique des problèmes d'IFS et permettent de comprendre l'apparition d'oscillations de type cycle limite dans le problème du flottement, mais aussi pour les problèmes à écoulement interne comme le cas de l'instabilité des tuyaux.

La méthode de paramétrisation directe des variétés invariantes permet de calculer un changement de coordonnées non linéaire ainsi qu'une dynamique réduite, directement à partir de la formulation éléments finis. Dans le cas de l'interaction fluide-structure, la mise en oscillation de la structure entraîne cependant une modification du maillage fluide dont il va falloir tenir compte pour le calcul du modèle réduit.

Par ailleurs, la méthode de réduction est locale par nature et repose sur le calcul automatique de développements asymptotiques à des ordres arbitraires. Pour le moment, les développements utilisent la paramétrisation des variétés invariantes qui sont liées à des points fixes. Une extension de ces travaux est de considérer les variétés invariantes qui sont attachées à un cycle limite, dans le but d'étendre les limites de validité des développements actuels.

Objectifs et résultats attendus

Le but de cette proposition de thèse est donc d'étendre le champ applicatif de la méthode directe de réduction de modèles fondée sur la paramétrisation des variétés invariantes au cas des problèmes couplés fluide-structure. Dans ce but, deux développements distincts et complémentaires sont envisagés afin d'aboutir à une méthode robuste et efficace:

- Le premier point difficile consiste à utiliser la méthode de paramétrisation avec des maillages déformables. Des premières analyses sont actuellement en cours afin d'utiliser la formulation ALE (l'acronyme ALE signifie Arbitrary Lagrangian Eulerian et décrit les méthodes numériques qui combinent les descriptions Lagrangienne et Eulerienne afin de permettre le suivi précis des interfaces mobiles). Dans un premier temps, le cas simplifié où le mouvement d'une structure rigide décrit par un paramètre de contrôle géométrique (on pourrait penser au cas d'une aille d'avion avec un angle d'attaque prescrit mais variable) est imposé sera considéré. Dans cette situation, la généralisation de la méthode de réduction aux problèmes dépendant d'un paramètre proposée dans [8] peut être appliquée. Ensuite, une extension au cas de structures dont le mouvement est déterminé par l'interaction avec l'écoulement est envisagée, en prenant en compte leurs déformations dans un second temps.

- L'utilisation de la méthode de paramétrisation appliquée aux cycles limites est le deuxième axe de recherche dont on pense qu'il permettra d'étendre les domaines de validité de la techniques actuelles. En couplant des développements mathématiques sur ce cas au problème d'interaction fluide-structure, le but à terme est d'obtenir une prédiction robuste et rapide dans des cas typiques comme l'instabilité de flottement.

Les travaux menés au cours de cette thèse feront intervenir des collaborations poussées avec le politecnico di Milano. Des collaborations avec l'ONERA sont aussi envisagées, et, si les développements le permettent, les étapes nécessaires permettant de tester la méthode avec le logiciel elsA, seront mises en œuvre à la fin de la thèse.

Encadrement :
Cyril Touzé, Professeur à l'ENSTA, campus de Paris-Saclay, Palaiseau, e-mail : cyril.touze@ensta.fr

Références

[1] A. Haro, M. Canadell, J.-L. Figueras, A. Luque, J.-M. Mondelo, The Parameterization Method for Invariant Manifolds. From Rigorous Results to Effective Computations, Springer, Switzerland, 2016.

[2] A. Vizzaccaro, A. Opreni, L Salles, A. Frangi and C. Touzé: High order direct parametrisation of invariant manifolds for model order reduction of finite element structures: application to large amplitude vibrations and uncovering of a folding point, *Nonlinear Dynamics*, 110, 525-571, 2022.

[3] A. Opreni, A. Vizzaccaro, C. Touzé and A. Frangi: High order direct parametrisation of invariant manifolds for model order reduction of finite element structures: application to generic forcing terms and parametrically excited systems, *Nonlinear Dynamics*, 111, 5401-5447, 2023.

[4] A. Martin, A. Opreni, A. Vizzaccaro, M. Debeurre, L. Salles, A. Frangi, O. Thomas, C. Touzé, Reduced order modeling of geometrically nonlinear rotating structures using the direct parametrisation of invariant manifolds, J. Theor. Comput. Appl. Mech. (JTCAM), 10430, 2023.

[5] A. Frangi, A. Colombo, A. Vizzaccaro and C. Touzé: Reduced order modelling of fully coupled electro-mechanical systems through invariant manifolds with applications to microstructures, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 126, Issue 3, e7641, 2025.

[6] G. Buza: Spectral submanifolds of the Navier-Stokes equation. SIAM Journal, App. Dyn. Systems, 23(2):1052-1089, 2024.

[7] A. Colombo, A. Vizzaccaro, C. Touzé, A. de Figueiredo Stabile, L. Pastur, A. Frangi: Reduced order modelling of Hopf bifurcations for the Navier-Stokes equations through invariant manifolds, Physical Review E, submitted, 2025.

[8] A. de Figueiredo Stabile, A. Vizzaccaro, L. Salles, A. Colombo, A. Frangi and C. Touzé: Reduced-order modelling of parameter-dependent systems with invariant manifolds: application to Hopf bifurcations in follower force problems, International Journal of Nonlinear Mechanics, vol. 177, 105133, 2025.